

# 회전변위 제약을 갖는 회전형 도립진자의 스윙업 제어

## Swing-up Control for a Rotary Inverted Pendulum with Restricted Rotation Range

이 영 삼\*, 오 장 진, 심 수 용, 임 현, 서 정 현  
(Y. S. Lee, J. J. Oh, S. Y. Shim, H. Lim, and J. H. Seo)

**Abstract :** In this paper, we propose a new swing-up control strategy for rotary inverted pendulums with restricted rotation range. The control law is derived from a Lyapunov function. The Lyapunov function is defined as the square of the sum of the absolute value of the total mechanical energy and weighted squares of the arm's angular displacement and velocity. By adjusting the weighting parameters in the Lyapunov function, we can affect the swing-up strategy such that the restriction on rotation range can be satisfied. Finally, we verify the performance of the proposed control law through simulation and experiments

**Keywords :** rotary inverted pendulum, swing-up control, restricted rotation range

### I. 서론

도립진자는 불안정한 특성과 더불어 복잡한 비선형 특성을 가지고 있어서 제어이론을 교육하기 위한 교육용 시스템으로서뿐만 아니라 비선형 제어에 새로운 아이디어를 적용, 구현하기 위해 널리 사용되어 왔다. 도립진자의 제어를 다루는 연구 중 대표적인 것이 스윙업 제어로서 지금까지 많은 연구들이 제안되어 왔다. 그 중, [1,2]에 제안된 에너지 제어를 이용한 스윙업 제어는 효율적이고 강인하며 간편한 제어 기법이라고 할 수 있다. 하지만 [1,2]에서 제안된 에너지 기반의 스윙업 제어방법은 진자(pendulum)를 스윙업 시키는 것에만 초점을 맞추고 진자를 흔들기 위해 사용되는 수레(cart)의 직선변위에는 제약이 없다고 가정한다. 하지만 이러한 가정은 수레가 움직이는 궤도가 무한히 길 경우에만 성립하고 유한한 길이의 궤도를 갖는 일반적인 도립진자 시스템의 경우에는 실질적으로 적용하기 어려운 단점이 있었다. 이러한 단점을 개선하기 위해 스윙업 제어를 수행할 때 수레가 움직일 수 있는 직선변위의 제약을 고려한 다양한 제어기법들이 활발하게 연구되었다[3-9].

직선형 도립진자에 대해서는 수레의 직선 변위제약 조건을 고려한 연구들이 다양하게 진행된 반면 회전형 도립진자의 경우 진자를 흔들어주는 역할을 하는 arm이 무한히 회전할 수 있다고 가정하여 회전변위의 제약조건을 고려하지 않는다. 실제로 센서의 신호선을 연결할 때 슬립링과 같은 장치를 사용하게 되면 arm이 무한히 회전할 수 있게 된다. [10]에서는 슬립링 장치를 채택하여 회전변위 제약을 갖지 않는 회전형 도립진자에 대한 스윙업 제어기법을 제안하였다. 하지만 슬립링을 이용하지 않는 회전형 도립진자의 경우에는 직선형 도립진자에서와 같이 arm이 회전할 수 있는 회전변위에 제약이 따르게 된다. 실제로 본 논문에서 다루는 회전형 도립진자는 연구실에서 직접 제작한 장비로서 진자의 회

전변위 측정을 위해 설치한 엔코더의 신호선이 arm에 결합되어 arm이 계속 회전할 경우 arm의 회전축에 감기게 되어 무한히 회전할 수 없는 구조를 가진다. 따라서 이러한 구조의 회전형 도립진자를 스윙업 제어하기 위해서는 회전변위에 제약을 갖는 회전형 도립진자에 대해서도 적용할 수 있는 제어기법의 연구가 필요하다. [11]에서는 리아푸노프 함수에 근거하여 회전형 도립진자에 대한 스윙업 제어기법을 제안하였으며 제어가 패러미터중 한 개를 회전변위 제약을 고려할 수 있도록 조정할 수 있었다. 하지만 [11]의 방법은 스윙업 상태까지 수렴하는 속도가 매우 느리다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 회전변위에 제약을 갖는 회전형 도립진자에 적용할 수 있고 빠른 수렴속도를 갖는 스윙업 제어기법을 제안하는 것을 목표로 한다. 이를 위해 arm의 회전변위에 대한 가중치를 포함하는 새로운 형태의 형태의 리아푸노프 함수를 정의하고 이로부터 회전형 도립진자의 스윙업 제어기법을 새롭게 제안한다. 제안된 스윙업 제어기법이 모의실험뿐만 아니라 실제 시스템에도 효과적으로 적용될 수 있음을 실험적으로 검증한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 다음 절에서는 연구실에서 제작한 회전형 도립진자의 소개와 더불어 수학적 모델식을 정리한다. III절에서는 리아푸노프 안정성 원리를 기반으로 하여 회전변위에 제약을 갖는 회전형 도립진자에 적용할 수 있는 스윙업 제어 기법을 유도한다. IV절에서는 제안된 제어기법의 유용성을 각각 모의실험과 실제실험을 통해 뒷받침한다. 끝으로 V절에서 결론을 맺는다.

### II. 회전형 도립진자 시스템과 수학적 모델

그림 1은 본 논문에서 사용하는 실험실에서 제작한 회전형 도립진자 시스템의 모습을 보여주고 있다. 시스템은 두 개의 광학식 엔코더를 이용하여 스윙업 제어를 위해 필요한 회전변위를 측정하고 DC모터를 이용하여 arm을 회전시키는 구조를 가지고 있다. 진자의 회전변위를 측정하기 위한 엔코더의 경우 그 신호선이 arm에 고정되어 있는 관계로 arm의 회전과 같이 움직이게 되고 arm이 많이 회전할 경우 신호선이 arm의 회전축에 감기게 되어 arm이 무한회전 할 수 없게

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 1. 15., 채택확정 : 2008. 4. 10.

이영삼, 오장진, 심수용, 임현, 서정현 : 인하대학교 전기공학부

(lys@inha.ac.kr/thecommander@dreamwiz.com/syong82@naver.com/alex@alexlab.net/kensin2k1@hanmail.net)

※ 이 논문은 인하대학교의 지원에 의해 연구되었음.

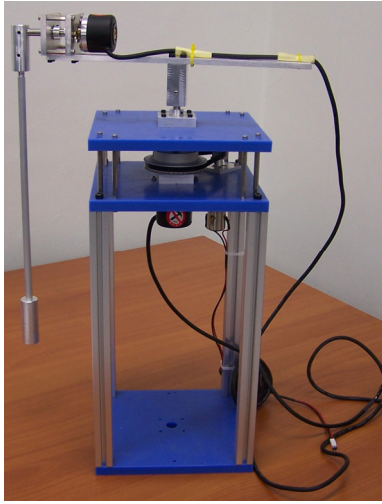
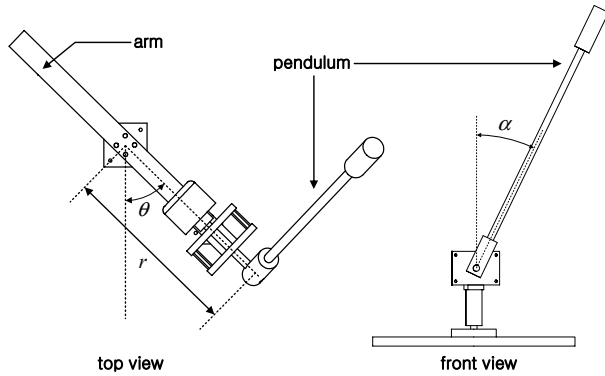


그림 1. 실험실에서 제작한 회전형 도립진자.

Fig. 1. Lab-built rotary inverted pendulum.

그림 2.  $\theta$ 와  $\alpha$ 의 정의.Fig. 2. The definition of  $\theta$  and  $\alpha$ .

된다. 이런 문제를 해결하기 위해 이 논문에서는 arm을 무한히 회전시키지 않고 제한된 회전변위 내에서 진자를 스윙업 제어하는 제어기법을 제안하고자 한다.

회전형 도립진자의 수학적 모델을 기술하기 위해 회전변위  $\theta$ 와  $\alpha$ 를 정의하자.  $\theta$ 는 arm의 회전변위로서 시스템을 위에서 내려다 보았을 때 arm이 움직이기 시작한 곳을 기준으로 반시계 방향으로의 회전변위를 의미한다.  $\alpha$ 는 진자의 회전변위로서 진자가 수직으로 도립한 상태를 기준으로 시계방향으로의 회전변위를 의미한다. 따라서 진자가 도립했을 때,  $\alpha$ 는  $0^\circ$ 가 되고 진자가 수직으로 아래로 향하여 안정한 상태에 있을 때는  $180^\circ$ 가 된다. 그림 2는  $\theta$ 와  $\alpha$ 의 의미를 그림을 통해 나타내고 있다. 회전형 도립진자의 수학적 모델은 라그랑지 방정식[10]에 의하여 다음과 같이 2개의 미분방정식으로 기술된다.

$$(mrl \cos \alpha) \ddot{\theta} + \bar{I}_p \ddot{\alpha} - \bar{I}_p \sin \alpha \cos \alpha \dot{\theta}^2 - mgl \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$(\bar{I}_b + \bar{I}_p \sin^2 \alpha) \ddot{\theta} + (mrl \cos \alpha) \ddot{\alpha} + \bar{I}_p \sin 2\alpha \dot{\alpha} \dot{\theta} - mrl \sin \alpha \dot{\alpha}^2 = T \quad (2)$$

여기서 각각의 계수들은 표 1과 같은 의미를 지닌다.

표 1. (1), (2)에 사용된 계수들의 의미.

Table 1. Meaning of the parameters used in (1) and (2).

계수	내용
$I_p$	진자의 무게중심을 기준으로 구한 관성모멘트
$I_b$	arm의 회전축을 기준으로 구한 관성모멘트
$m$	진자의 질량
$l$	진자의 회전축에서 무게 중심까지의 길이
$r$	arm의 회전축에서 진자까지의 길이. 그림 2참조
$T$	arm에 인가되는 토크
$\bar{I}_p$	$\bar{I}_p = I_p + ml^2$
$\bar{I}_b$	$\bar{I}_b = I_b + mr^2$

### III. 회전변위 제약을 갖는 도립진자에 대한 스윙업 제어

II절에서 기술했듯이 본 논문에서 다루는 회전형 도립진자는 arm이 많이 회전할 경우 엔코더의 신호선이 arm의 회전축에 감기게 되어 시스템이 손상될 수 있다. 따라서 이러한 문제가 유발되지 않도록 스윙업이 이루어지는 동안 arm의 회전변위가  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 의 범위 내에 머무르게 하고자 한다. 본 절에서는 이러한 제어목적을 달성하기 위하여 회전변위 제약을 갖는 회전형 도립진자에 대해 적용할 수 있는 스윙업 제어기법을 제안한다. 스윙업 제어를 제안하기 위해 [9]에서와 유사하게 두 부분으로 구성된 리아푸노프 함수를 정의한다. 첫 번째는 다음과 같이 도립진자의 역학적 에너지의 총합에 절대값을 취한 것이다.

$$E_p = \frac{1}{2} \bar{I}_p \dot{\alpha}^2 + mgl(\cos \alpha - 1) \quad (3)$$

$|E_p|$ 는 도립진자가 아래로 향해 있을 때, 즉  $\alpha = \pi$ 일 때  $2mgl$ 로 최대가 되고 진자가 도립상태일 때 0으로 최소가 됨을 알 수 있다. 두 번째는 arm의 각속도와 각변위의 제곱에 가중치를 반영한 합이다.

$$F_c = mrl(\gamma \dot{\theta}^2 + \lambda \dot{\alpha}^2) \quad (4)$$

여기서  $\gamma$ 와  $\lambda$ 는 설계변수로서 이를 조정하여 각변위와 각속도에 제약을 두고 싶은 정도를 반영할 수 있다. 이 논문에서 사용할 리아푸노프 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$V = \frac{1}{2} (|E_p| + F_c)^2 \quad (5)$$

$V$ 는 진자가 도립했을 때를 제외하고는 항상 양의 값을 갖는 것을 알 수 있다. 리아푸노프의 안정성 이론 [13]에 따라  $V$ 의 미분값이 항상 음의 값을 가지도록 스윙업 제어법칙을 설계하면 스윙업 제어시스템은 안정하여 최종적으로 진자는 도립상태에 이르게 된다. 이를 위해 먼저 리아푸노프 함수를 시간에 대해 미분하면

$$\frac{dV}{dt} = (|E_p| + F_c) \left[ \frac{d|E_p|}{dt} + 2mrl(\gamma \dot{\theta} \ddot{\theta} + \lambda \dot{\alpha} \ddot{\alpha}) \right]$$

와 같다. [9]에서 언급한 바와 같이  $\frac{d|E_p|}{dt}$  는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\frac{d|E_p|}{dt} = \begin{cases} \dot{E}_p, & E_p > 0 \\ -\dot{E}_p, & E_p < 0 \\ \text{정의되지 않음}, & E_p = 0 \end{cases}$$

따라서 signum 함수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d|E_p|}{dt} = \begin{cases} \text{sgn}(E_p)\dot{E}_p, & E_p \neq 0 \\ \text{정의되지 않음}, & E_p = 0 \end{cases}$$

실제 물리적 시스템에서  $E_p = 0$  이 되는 순간은 충분히 무시할 수 있는 작은 시간이기 때문에  $E_p = 0$  이 되는 경우는 무시될 수 있다고 가정하자. 따라서

$$\frac{d|E_p|}{dt} = \text{sgn}(E_p)\dot{E}_p$$

와 같고,  $\dot{E}_p$  는 (1)과 (3)으로부터

$$\begin{aligned} \dot{E}_p &= \bar{I}_p \ddot{\alpha} - mgl \sin \alpha \dot{\alpha} \\ &= -mrl(\cos \alpha) \dot{\alpha} \ddot{\theta} + \bar{I}_p \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha} \dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

로 얻을 수 있다. 이 결과를 이용하여  $\dot{V}$  을 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (|E_p| + F_c) [\text{sgn}(E_p)\dot{E}_p + 2mrl(\gamma\dot{\theta} + \lambda\dot{\theta}\ddot{\theta})] \\ &= -mrl(|E_p| + F_c) [(\text{sgn}(E_p)\cos \alpha \dot{\alpha} - 2\lambda\dot{\theta})\ddot{\theta} \\ &\quad - \text{sgn}(E_p) \left( \frac{\bar{I}_p}{mrl} \right) \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha} \dot{\theta}^2 - 2\gamma\dot{\theta}\ddot{\theta}] \end{aligned} \quad (6)$$

을 얻는다. 여기서 arm의 각가속도인  $\ddot{\theta}$  를 제어입력  $u$  로 간주하고  $\dot{V}$  이 항상 음수가 되게끔 다음과 같이 제어입력  $u$  를 설계하자.

$$u = \frac{u_a|\Sigma| + \Xi}{\Sigma}$$

여기서  $u_a > 0$  으로 설계변수이고,  $\Sigma$  와  $\Xi$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\Sigma = \text{sgn}(E_p)\cos \alpha \dot{\alpha} - 2\lambda\dot{\theta}$$

$$\Xi = \text{sgn}(E_p) \left( \frac{\bar{I}_p}{mrl} \right) \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha} \dot{\theta}^2 + 2\gamma\dot{\theta}\ddot{\theta}$$

이렇게 설계된  $u$  를 적용할 경우  $\Sigma = 0$  인 경우를 제외하면  $\dot{V}$  는 다음과 같이 항상 음의 값을 가진다.

$$\dot{V} = -mrl(|E_p| + F_c)u_a|\Sigma| < 0$$

$\Sigma = 0$  이 되는 경우는 무시할 수 있을 만큼 작은 구간에서 발생된다고 가정할 수 있으므로 컴퓨터 프로그래밍을 위해

서 작은 크기의 실수  $\varepsilon > 0$  를 사용하여 제어입력  $u$  를 다음과 같이 변경할 수 있다.

$$u = \begin{cases} \frac{u_a|\Sigma| + \Xi}{\Sigma}, & |\Sigma| > \varepsilon \\ \frac{u_a|\Sigma| + \Xi}{\varepsilon \text{sgn}(\Sigma)}, & |\Sigma| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

(7)에 의해 구해진 각가속도를 실제 발생시키기 위해 본 논문에서는 서보모터를 사용한 [9]의 방법과는 달리 DC 모터의 동특성과 도립진자의 모델식 (1), (2)를 이용하여 필요한 DC 모터에 인가되는 전압  $V_c$  를 구하는 방법을 아래와 같이 제안한다.

(2)에서  $T$  는 구동부인 DC 모터로부터 회전형 도립진자에 전달되는 토크인데 모터에 인가되는 전압  $V_c$  를 이용하여 모터를 제어하므로 전기적 방정식과 기계적 방정식의 관계를 수립해야 한다. 모터에 의해 발생하는 토크와 실제 arm에 인가되는 토크사이에는 다음과 같은 동적 관계식이 성립한다.

$$I_m \ddot{\theta} + B_m \dot{\theta} = T_m - T \quad (8)$$

그리고  $T_m$  에 대하여는

$$T_m = K_m i_m = K_m \left( -\frac{K_b}{R_m} \dot{\theta} + \frac{V_c}{R_m} \right)$$

이 성립한다. [14]에서 언급된 바와 같이  $K_m = K_b$  이 성립하므로 위 식을 (8)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻게 된다.

$$T = -I_m \ddot{\theta} - \bar{B}_m \dot{\theta} + K_m \frac{V_c}{R_m} \quad (9)$$

여기서  $\bar{B}_m = B_m + K_m^2/R_m$  이고 위의 식 전개에서 사용된 DC 모터의 계수들의 의미는 표 2에 주어져 있다.

(9)를 (2)에 대입한 후 (1), (2)를  $\ddot{\theta}$  에 대해 정리해보면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\ddot{\theta} = \frac{\Lambda_1 - \Lambda_2(\Lambda_3 + \Lambda_4 V_c)}{\Lambda_5} \quad (10)$$

여기서  $\Lambda_1 \sim \Lambda_5$  는 다음과 같이 정의된다.

표 2. DC 모터의 계수.

Table 2. The parameters of a DC motor.

계 수	내 용
$T_m$	모터에 의해 발생한 토크
$B_m$	모터의 마찰계수
$I_m$	모터의 관성모멘트
$K_m$	모터의 토크상수
$K_b$	역기전력 상수
$i_m$	모터에 흐르는 권선전류
$V_c$	모터에 인가되는 전압
$R_m$	모터의 권선저항

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= (mrl \cos \theta)(\bar{I}_p \sin \alpha \cos \alpha \dot{\theta}^2 + mg \sin \alpha) \\ \Lambda_2 &= \bar{I}_p \\ \Lambda_3 &= -\bar{I}_p \sin 2\alpha \dot{\alpha} \dot{\theta} + mrl \sin \alpha \dot{\alpha}^2 - \bar{B}_m \dot{\theta} \\ \Lambda_4 &= \frac{K_m}{R_m} \\ \Lambda_5 &= (mrl \cos \alpha)^2 - \bar{I}_p (I_m + \bar{I}_b + \bar{I}_p \sin^2 \alpha)\end{aligned}$$

따라서 입력전압  $V_c$  와 각가속도  $\ddot{\theta}$  와의 관계식은 (10)으로 부터 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$V_c = \frac{\Lambda_5 \ddot{\theta} - \Lambda_1 + \Lambda_2 \Lambda_3}{-\Lambda_2 \Lambda_4} \quad (11)$$

$\ddot{\theta} = u$  이므로 (7)에서 구한 각가속도  $u$  를 생성하기 위해 모터에 인가해야 하는 입력전압  $V_c$  는 (11)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_c = \frac{\Lambda_5 u - \Lambda_1 + \Lambda_2 \Lambda_3}{-\Lambda_2 \Lambda_4} \quad (12)$$

(12)에 주어진 제어입력 전압을 이용하여 스윙업 제어를 수행한 이후 진자가 도립위치에 가까워지면, 선형모델을 기반으로 설계한 선형제어기인 LQ제어기[15]로 교체하여 도립진자는 도립위치에서 안정한 상태를 유지한다.

**Remark 1:**  $E_p = 0$  이 되는 순간이 무시할 수 있을 만큼 작은 가정과  $\Sigma = 0$  이 되는 경우는 무시할 수 있을 만큼 작은 구간에서 발생한다는 가정은 수학적으로 엄밀히 말했을 경우 옳은 가정은 아니다. 따라서

$$\dot{V} = -mrl(|E_p| + F_c)u_a |\Sigma| < 0$$

이 성립하지 않을 수 있고 결과적으로 안정성이 엄밀하게 증명되지는 않는다. 하지만 제안된 스윙업 법칙은 선형제어기로 교체하기 위해 필요한 순간까지 진자를 흔들어 올릴 수 있는 제어동작만을 수행하면 된다는 측면에서 고려해 볼 때, 위의 가정을 전제로 유도된 본 논문의 제어법칙은 요구되는 제어동작을 수행할 수 있을 것으로 예상된다. 실제로 다음절에서는 모의실험과 실제 실험을 통해서 제안된 제어법칙이 효과적인 스윙업 동작을 수행하는 것을 볼 수 있다. 이를 통해 제안된 제어법칙이 수학적으로 엄밀하게 안정성이 보장된 것은 아니지만 휴리스틱(heuristic)한 제어법칙으로서 효과적으로 동작한다고 말할 수 있다.

#### IV. 모의실험 및 실험

설계된 스윙업 제어기법의 성능과 설계변수에 따른 특성 변화를 살펴보기 위하여 모의실험을 수행하였다. 모의실험에 사용된 계수는 그림 1에 주어진 회전형 도립진자의 계수로써, 측정을 통한 방법과 [16]에서와 같이 최적화 기법을 이용하여 추정하는 방법을 함께 적용하여 얻은 값을 사용하였으며 각각의 계수 값은 표 3에 주어졌다. 먼저 설계변수인  $\lambda$  와  $\gamma$  의 변화에 따라 스윙업 동작에 어떤 영향이 나타나는지를 살펴보기 위해 각각  $\gamma = \lambda = 0.01$  인 경우와  $\gamma = \lambda = 0.1$  인 경우에 대하여 모의실험을 수행하였으며 그 결과를

표 3. 모델계수.

Table 3. Model parameters.

$I_p$	0.002306[kg*m <sup>2</sup> ]
$I_b$	0.002513[kg*m <sup>2</sup> ]
$m$	0.123[kg]
$l$	0.19[m]
$r$	0.16[m]
$I_p$	0.0067463[kg*m <sup>2</sup> ]
$I_b$	0.0056618[kg*m <sup>2</sup> ]
$B_m$	0.0468818
$I_m$	0.001077[kg*m <sup>2</sup> ]
$K_m$	0.428[Nm/A]

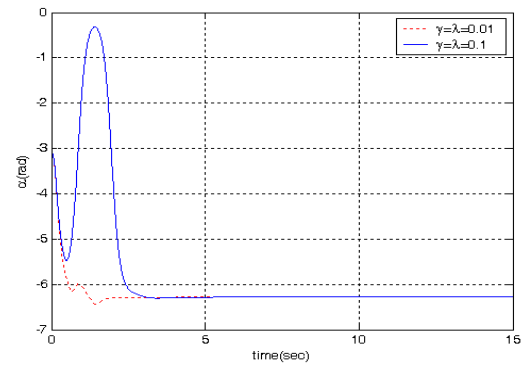


그림 3. 모의실험 결과의 비교:  $\alpha$ .

Fig. 3. Comparative simulation results:  $\alpha$ .

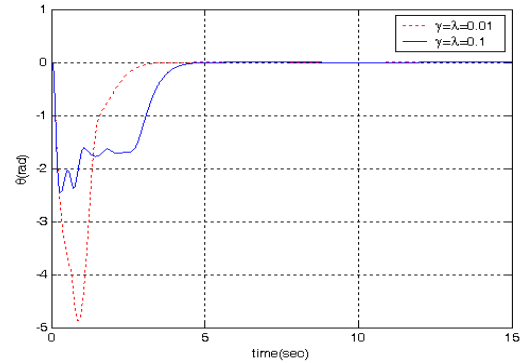


그림 4. 모의실험 결과의 비교:  $\theta$ .

Fig. 4. Comparative simulation results:  $\theta$ .

그림 3과 그림 4에 비교하여 나타내었다. 두 경우 모두  $\varepsilon$  과  $u_a$  는 같은 값을 사용하였으며 그 값은  $\varepsilon = 0.01$ ,  $u_a = 15$  이다. 실험 결과를 통해  $\gamma$  와  $\lambda$  의 값이 작을수록 더 적은 회수의 스윙만으로 도립상태에 이르지만 스윙업 동작이 이루어지는 동안 arm의 회전변위가 더 큰 것을 알 수 있다. 두 경우의 모의실험 모두 본 논문에서 달성하고자 하는 회전변위 제약조건인  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  를 만족시키지 못함을 알 수 있다. 하지만  $\gamma$  와  $\lambda$  의 조절을 통해 제약조건을 만족시킬 가능성이 있음을 유추해 볼 수 있다.  $\gamma$  와  $\lambda$  의 값을 좀더 증가시켜  $\gamma = \lambda = 0.25$  에 대하여 모의실험을 수행하였고 그

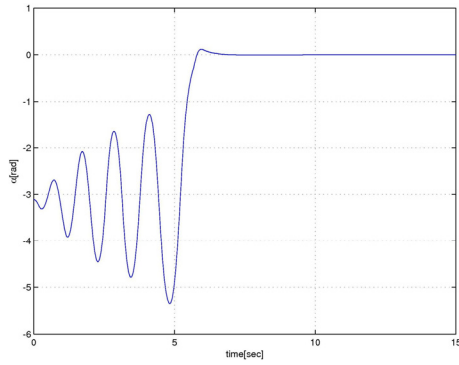
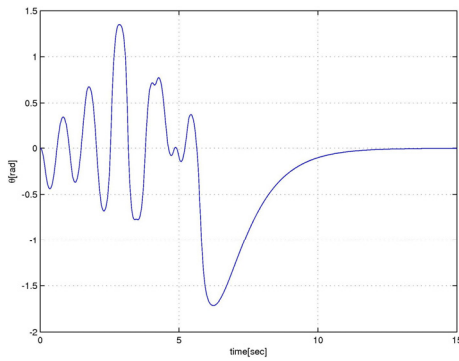
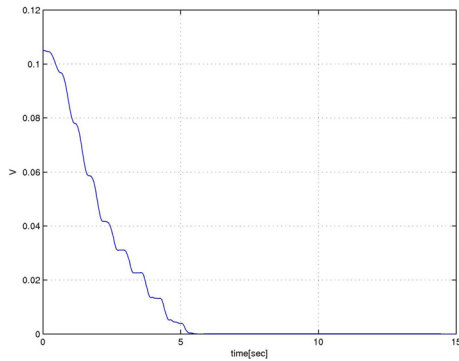
그림 5. 모의실험 결과:  $\alpha(\gamma = \lambda = 0.25$  일 때).Fig. 5. Simulation result:  $\alpha$  (case of  $\gamma = \lambda = 0.25$ ).그림 6. 모의실험 결과:  $\theta(\gamma = \lambda = 0.25$  일 때).Fig. 6. Simulation result:  $\theta$  (case of  $\gamma = \lambda = 0.25$ ).

그림 7. 모의실험 결과: 리아푸노프 함수 궤적.

Fig. 7. Simulation result: Lyapunov function trajectory.

결과를 그림 5-7에 나타내었다. 그림 5와 그림 6을 통해 알 수 있듯이 스윙업 동작이 여러 번의 스윙을 통해 이루어지며 arm의 회전변위가 좌, 우로 약  $\pm 90^\circ$  이내의 범위 안에서 arm이 머물면서 스윙업이 이루어지는 것을 알 수 있다. 이를 통해 제안된 제어기법이 arm의 회전변위 제약을 만족시키며 진자를 스윙업시킬 수 있음을 확인할 수 있다. 그림 7은 리아푸노프 함수  $V$ 의 궤적으로 스윙업이 시작된 후 0으로 단조 감소하면서 수렴하는 것을 볼 수 있으며 이로부터 시스템이 안정하다는 것을 알 수 있다. 제안된 기법이 모의실험뿐만 아니라 실제 실험에서도 유효한지, 그리고 모의실험을 통해 나타난 양상이 실제 실험에서도 나타나는지를 확인하기 위하여 동일한 설계변수  $\lambda = \gamma = 0.25$ 를 사용하여 실제 실험

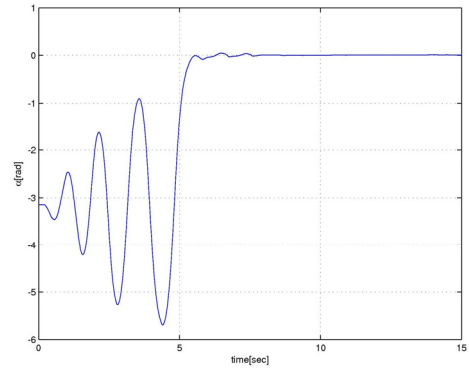
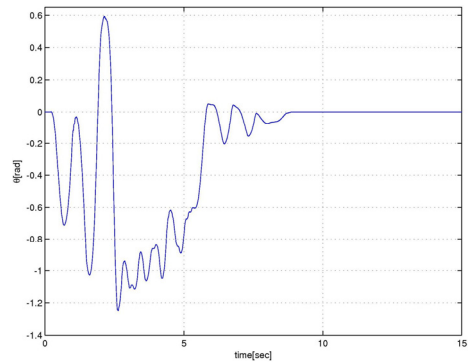
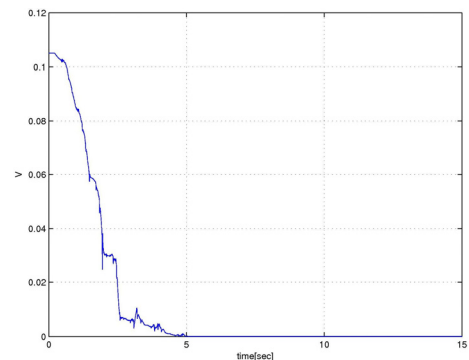
그림 8. 실제 실험 결과:  $\alpha(\gamma = \lambda = 0.25$  일 때).Fig. 8. Experimental result:  $\alpha$  (case of  $\gamma = \lambda = 0.25$ ).그림 9. 실제 실험 결과:  $\theta(\gamma = \lambda = 0.25$  일 때).Fig. 9. Experimental result:  $\theta$  (case of  $\gamma = \lambda = 0.25$ ).

그림 10. 실제 실험 결과: 리아푸노프 함수.

Fig. 10. Experimental result: Lyapunov function trajectory.

을 수행하였고 실험결과를 그림 8-10에 나타내었다. 그림 8과 그림 9를 통해서 실제 실험에서도 여러 번의 스윙동작을 통해 스윙업이 이루어지면서 arm의 회전변위가 요구되는 제약조건인  $\pm 90^\circ$ 를 만족하는 것을 볼 수 있다. 또한 그림 10은 실제 실험이 이루어지는 동안 발생한 리아푸노프 함수  $V$ 의 궤적으로 모의실험과 같이 매끄럽지는 않지만 시간이 지날수록 0으로 수렴하는 양상을 보이는 것을 볼 수 있다. 실제 실험을 통한 결과가 모의실험과 유사한 양상을 나타내는 것을 살펴볼 수 있으며 이를 통해 제안된 제어기법이 변위제약을 갖는 도립진자의 스윙업에 효과적으로 적용될 수 있음을 알 수 있다. 또한 스윙업에 대략 100여초의 시간이 소요되는 [11]의 방법에 비해 제안된 스윙업 기법은 10초 이내에



스윙업이 이루어져 빠른 수렴속도를 갖는 것을 볼 수 있다.

## V. 결론

이 논문에서는 회전변위 제약을 갖는 회전형 도립진자에 적용할 수 있는 스윙업 제어 기법을 제안하였다. 제안된 제어 기법은 기존의 변위 제약을 갖는 직선형 도립진자의 스윙업 제어기법[9]을 회전형 도립진자에 적용할 수 있도록 새롭게 유도한 결과이다. 설계 변수인  $\gamma$  와  $\lambda$  의 값을 증가시킴으로써 좀더 작은 변위 내에서 스윙업 동작이 이루어져 주어진 변위제약을 만족시킬 수 있음을 모의실험과 실제실험을 통해 살펴보았다. 실제로 많은 회전형 도립진자가 센서 신호선의 존재로 인해 발생하는 변위 제약을 갖게 되므로 제안된 제어법칙은 그러한 시스템에 대하여 적용할 수 있는 제어법칙으로서 좋은 대안이 될 것으로 기대된다.

## 참고문헌

- [1] M. Wiklund, A. Kristenson, and K. J. Åström, "A new strategy for swinging up an inverted pendulum," *Preprint of IFAC 12<sup>th</sup> world congress*, vol. 9, pp. 151-154, 1993.
- [2] K. J. Åström and K. Furuta, "Swinging up a pendulum by energy control," *Automatica*, vol. 36, pp. 287-295, 2000.
- [3] C. C. Chung and J. Hauser, "Nonlinear control of a swinging pendulum," *Automatica*, vol. 31, no. 6, pp. 851-862, 1995.
- [4] N. Muskinja and B. Tovornik, "Swinging up and stabilization of a real inverted pendulum," *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, vol. 53, no. 2, pp. 631-639, 2006.
- [5] Y. H. Kwon, B. S. Kim, S. Y. Lee, and M. T. Lim, "Swing up controller for inverted pendulum system," *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> ISR(International Symposium on Robotics)*, pp. 871-876, 2001.
- [6] T. Henmi, M. Deng, A. Inoue, N. Ueki, and Y. Hirashima, "Swing-up control of a serial double inverted pendulum," *Proceeding of the 2004 American Control Conference Boston*, pp. 3992-3997, 2004.
- [7] D. Chatterjee, A. Patra, and H. K. Joglekar, "Swing-up and stabilization of a cart-pendulum system under restricted cart track length," *Systems & Control Letters*, vol. 47, pp. 355-364, 2002.
- [8] M. Widjaja and S. Yurkovich, "Intelligent control for swing up and balancing of an inverted pendulum system," *Ms. thesis*, Ohio State University, 1994.
- [9] Y. Otani, T. Kusunami, A. Inoue, and Y. Hirashima, "A swingup control of an inverted pendulum with cart position control," *Preprints of IFAC Conference on New Technologies for Computer Control*, pp. 395-400, 2001.
- [10] F. Gordillo, J. A. Acosta, and J. Aracil, "A new swing-up law for the Furuta pendulum," *International Journal of Control*, vol. 76, no. 8, pp. 836-844, 2003.
- [11] I. Fantoni and R. Lozano, "Stabilization of the furuta pendulum around its holonomic orbit," *International Journal of Control*, vol. 75, no. 6, pp. 390-398, 2002.
- [12] S. H. Žak, *Systems and control*, Oxford University Press, New York, 2003.
- [13] J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall International, 1991.
- [14] B. C. Kuo and F. Golnaraghi, *Automatic Control Systems*, Wiley, 2003.
- [15] Donald E. Kirk, *Optimal control theory*, Prentice-Hall, 1970.
- [16] Knut Graichen, Micheal Treuer and Micheal Zeitz, "Swing-up of the double pendulum on a cart by feedforward and feedback control with experimental validation," *Automatica*, vol. 43, pp. 63-71, 2007.



이 영 삼

1999년 인하대학교 전기공학과 졸업. 1999년 동 대학원 석사. 2003년 서울대 전기 컴퓨터 공학부 박사. 2006년~현재 인하대학교 전기공학부 조교수. 관심분야는 제어이론, 임베디드 시스템, 로보틱스.



심 수 용

2008년 인하대학교 전자전기공학부졸업. 2008년~현재 인하대학교 전기공학부 대학원 석사과정. 관심분야는 임베디드 시스템, 로보틱스, 제어응용.



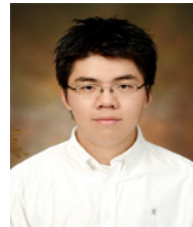
서 정 현

2008년 인하대학교 전자전기공학부졸업. 2008년~현재 인하대학교 전기공학부 대학원 석사과정. 관심분야는 모션 제어, 임베디드 시스템.



오 장 진

2006년 인하대학교 전자전기공학부졸업. 2008년 동 대학원 석사. 2008년~현재 삼성전기근무. 관심분야는 제어응용 및 임베디드 시스템.



임 현

2008년 인하대학교 전자전기공학부졸업. 2008년~현재 인하대학교 전기공학부 대학원 석사과정. 관심분야는 증강현실, 3차원 컴퓨터 비전, SLAM.